

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА  
Факультет государственного управления  
Кафедра Математических методов и информационных технологий в управлении

**Основы математического моделирования**

Направление подготовки 41.03.04 "Политология"

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Авторы программы:

Агаян Г.М., Григорян А.А., Шикина Г.Е.

Заведующий кафедрой Математических методов и информационных технологий в  
управлении

Петрунин Ю.Ю.

Москва, 2018

- I. **Название дисциплины:** Основы математического моделирования;  
 II. **Шифр дисциплины:** В-ЕН;  
 III. **Цели и задачи дисциплины:** Основная задача курса состоит в обучении студентов активному и осмысленному привлечению математических подходов к широкому спектру реальных задач, требующих управленческого разрешения. Хотелось бы, чтобы в результате изучения курса студенты смогли осознать, что математический подход к реальной проблеме начинается с попытки более или менее чётко и аккуратно эту проблему сформулировать.

Построение и решение сложных моделей реальных управленческих ситуаций под силу лишь профессионалу, однако формирование столь необходимых составляющих успешной работы менеджера, как навыки адекватной и корректной постановки проблемы, умение работать в тесном контакте со специалистом-математиком, интерпретация полученных результатов, понимание реального смысла ограничений, налагаемых на параметры модели, вполне реализуемо в процессе изучения сравнительно простых математических моделей. В развёртывании возможностей математической составляющей управленческого образования важно постепенно смещать акцент с простого рассмотрения готовых математических моделей на обучение самому процессу моделирования. Целями освоения дисциплины «Основы математического моделирования» являются формирование у студентов совокупности теоретических знаний в области математического моделирования социально-экономических процессов, а также навыков по построению, наполнению данными, решению и интерпретации моделей, необходимых для эффективного разрешения организационно-управленческих задач.

IV. **Место дисциплины в структуре ООП:**

A. **Информация об образовательном стандарте и учебном плане:**

- тип образовательного стандарта и вид учебного плана – ФГОС ВПО; ИБ – учебный план бакалавриата;
- направление подготовки – 41.03.04 "Политология";
- наименование учебного плана – ИБ\_ПОЛИТОЛОГИЯ\_(Стратегическое управление экономическими и политическими процессами);
- профиль подготовки – все профили;

**Б. Информация о месте дисциплины в образовательном стандарте и учебном плане:** вариативная часть; математический и естественно-научный цикл; обязательный курс; 2 курс, 4 семестр.

**В. Перечень дисциплин, которые должны быть освоены для начала освоения данной дисциплины:** Дисциплине необходимо предшествоует курс «Математика».

**Г. Общая трудоемкость (в ак. часах и зачетных единицах):** 72 ак. часов, 2 зачетных единиц.

**Д. Форма промежуточной аттестации:** зачет;

V. **Формы проведения:**

- форма занятий с указанием суммарной трудоемкости по каждой форме: лекции - 32; практические занятия - 32; самостоятельная работа 8;
- формы текущего контроля: зачетные домашние задания, контрольные работы;

**VI. Распределение трудоемкости по разделам и темам, а также формам проведения занятий с указанием форм текущего контроля и промежуточной аттестации:**

№	Раздел Дисциплины	Семестр	Трудоемкость (в ак. часах) по формам занятий	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям)

п/п							семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Общая	Лекции	Семи нары	Само стоят	
1	<b>Раздел 1-й (вводный). Моделирование и математические модели</b>	<b>4-й семестр</b>	2	2		0	
	<b>Раздел 2-й. Модели управления ресурсами</b>						
2	Модели управления запасами.		7		7	0	
3	Модели управления организационными системами.		7		6	1	
	<b>Раздел 3-й. Дифференциальные уравнения</b>						
4	Уравнения первого порядка. Задача Коши.		4	4		0	
5	Устойчивость решений автономных уравнений первого порядка.		2	2		0	
6	Модель населения и её развитие. Уравнение Ферхлюста.		6	4		2	
	<b>Раздел 4-й. Элементы финансовой математики</b>						
7	Простые и сложные проценты. Дисконтирование. Балансовое равенство		6		5	1	
	<b>Раздел 5-й. Автономные системы</b>						

	<b>дифференциальных уравнений</b>						
8	Комплексные числа.		2	2		0	
9	Линейные системы на плоскости. Точки покоя.		4	4		0	
10	Линеаризация автономных систем. Жёсткие и мягкие модели.		3	2		1	
	<b>Раздел 6-й. Модель затраты-выпуск</b>						
11	Положительные матрицы.		2	2		0	
12	Модель Леонтьева.		5	4		1	
	<b>Раздел 7-й. Элементы стохастического моделирования</b>						
13	Принятие решений в условиях неопределённости.		8		8	0	
14	Корреляция и регрессия.		7		6	1	
	<b>Раздел 8-й. Дифференциальные и разностные уравнения в социально-экономической среде</b>						
15	Модели конкуренции.		4	4		0	
16	Паутинообразные модели.		3	2		1	
	<b>ВСЕГО</b>		<b>72</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>8</b>	<b>экзамен</b>

**VII. Содержание дисциплины по разделам и темам – аудиторная и самостоятельная работа:**

**Раздел 1-й (вводный). Моделирование и математические модели.**

Обсуждение условий, в которых предполагается выработать решение, переходит в фазу выбора базовых моделей, на основе которых и будут выдвигаться альтернативные варианты. Важно научиться отвечать на вопрос, в какой степени выбранная базовая модель удовлетворяет основным требованиям задачи и не стоит ли её заменить или подкрепить другой моделью. Этапу выбора наиболее приемлемого решения из выдвинутых альтернативных вариантов в принятии управленческого решения отводится особая роль. Алгоритмическая составляющая математических моделей позволяет в ряде случаев прийти к принятию в высокой степени точных и обоснованных решений, или, по крайней мере, упростить проблему, сведя её к пошаговому отысканию решений некоторой

совокупности более простых задач. После выбора стратегии, остаётся оценить, насколько хорошо принятое решение обеспечивает позитивную динамику рассматриваемого явления.

Предполагается вовлечь студентов в сам процесс построения достаточно сложных и интересных моделей, отражающих реальную управленческую практику, в основе которых лежат уже знакомые им математические представления.

Принятие серьёзных управленческих решений требует предварительной, основательно и всесторонней, проработки возможных вариантов развития событий, которые могут последовать за принятым решением. И роль математических подходов к исследованию складывающейся ситуации здесь трудно переоценить. Последнее означает, что требования, предъявляемые к точности решения, в конечном итоге и определяют степень математического проникновения в рассматриваемую управленческую проблему; возможности же математических методов хотя и велики, но не безграничны.

### **Раздел 2-й. Модели управления ресурсами.**

Постановка задачи управления запасами. Несколько детерминированных моделей. Основная модель (модель мгновенного пополнения запаса). Зависимость оптимального размера партии от стоимости товара, организационных издержек, издержек на хранение единицы товара в год, интенсивности спроса. Формула Харриса. Модель производственных поставок. Модель поставок со скидкой. Решение типичных задач.

Постановка задачи об эффективном распределении ресурсов. Механизмы распределения ресурсов: механизм прямых приоритетов, механизм обратных приоритетов, конкурсный механизм и механизм открытого управления. Достоинства и недостатки каждого механизма. Проблема оптимального выбора. Решение типичных задач. Открытое управление и экспертный опрос.

### **Раздел 3-й. Дифференциальные уравнения.**

Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделёнными переменными. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, сводящиеся к однородным. Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. Задача Коши. Достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши. Интегральные кривые.

Автономные уравнения первого порядка. Точки покоя. Устойчивость. Асимптотическая устойчивость. Фазовый портрет уравнения. Аттрактор, репеллер, шунт.

Модель народонаселения (Мальтуса). Модель динамики численности популяции в конкурентной среде. Уравнение Ферхлюста и его приложения. Поиск численных значений параметров модели методом наименьших квадратов. Исследование динамики численности популяции при внешнем воздействии.

### **Раздел 4-й. Элементы финансовой математики.**

Простые и сложные проценты. Примеры вычисления и сравнение результатов. Дисконтирование. Мультиплицирование. Коэффициенты приведения. Коэффициенты наращивания. Погашение кредита. Рента. Балансовое равенство, норма процента (ставка дисконта. Балансовое уравнение. Оценка эффективности капиталовложений, индекс прибыльности (внутренняя норма процента). Эффективная и номинальная процентные ставки. Непрерывное начисление процентов.

### **Раздел 5-й. Автономные системы дифференциальных уравнений.**

Естественность появления мнимой единицы. Мнимые числа. Определение комплексного числа. Арифметические операции над комплексными числами. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Извлечение корня произвольной степени из комплексного числа.

Точки покоя линейных автономных систем. Фазовый портрет автономной системы. Устойчивость. Узел, седло, фокус. Линеаризация автономных систем. Особые точки по первому приближению. Жёсткие и мягкие модели

### **Раздел 6-й. Модель затраты-выпуск.**

Квадратные матрицы. Собственные числа (значения) и собственные столбцы квадратной матрицы. Метод отыскания собственных чисел и собственных столбцов для матриц малых размеров.

Положительные матрицы. Положительность наибольшего собственного числа положительной матрицы. Простейшие матричные неравенства.

Модель межотраслевого баланса (Леонтьева).

Замкнутая экономическая система. Основные понятия: матрица материальных затрат (технологическая матрица), режим работы отраслей (столбец выпуска), столбец совокупных материальных затрат. Продуктивная матрица. Условия продуктивности матрицы материальных затрат. Алгоритм поиска режима работы отраслей, обеспечивающего заданный столбец прибавочного продукта. Ограничение на ресурсы. Алгоритм поиска режима работы, обеспечивающего структуру прибавочного продукта при ограничениях на материальные и людские ресурсы. Прибыльная матрица, ценовая строка. Равносильность продуктивности и прибыльности матрицы материальных затрат. Разбор примеров для случая двух и трёх отраслей.

### **Раздел 7-й. Элементы стохастического моделирования.**

Матрица доходов и матрица рисков. Правила «розового оптимизма», крайнего пессимизма по отношению к матрице доходов и рисков. Коэффициент пессимизма. Правило пессимизма-оптимизма Гурвица, взвешивающего пессимистический и оптимистический прогнозы. «Интегральный» анализ ситуации на основе сведения воедино результатов согласно всем вышеперечисленным правилам и принятие окончательного решения. Максимальная стоимость дополнительной информации, переводящей для лица, принимающего решения (ЛПР), условия из ситуации полной определённости в ситуацию частичной неопределённости. Правило равновозможности Лапласа в ситуации полной неопределённости, условия его применения. Решение учебных задач.

Принятие решений в условиях частичной неопределённости

Критерии максимизации среднего ожидаемого дохода и минимизации среднего ожидаемого риска и их недостатки (не учитывается степень рассеивания значений случайных величин от их математических ожиданий.). Риск как среднее квадратическое отклонение. Доминирующие решения. Принятие решения в ситуации, когда доминирующего решения не существует. Зависимость выбора от отношения к риску. Множество решений, оптимальное по Парето. Взвешивающая формула (для пар доход – риск) для определения лучшего решения. Дерево решений. Решение учебных задач.

Анализ чувствительности

Постановка содержательной задачи поиска оптимального решения в условиях частичной неопределённости. Составление на основе текста задачи матриц доходов и рисков. Вероятности ситуаций и проблема их адекватности. Поиск интервалов, в которых с большой степенью достоверности находятся искомые вероятности. Изменится ли оптимальное решение по критерию максимизации среднего ожидаемого дохода, если вероятности ситуаций будут слегка колебаться в рамках найденных интервалов? Интерпретация полученных результатов.

Статистическое изучение связей между явлениями и их использование для управления социально-экономическими процессами. Виды и формы связей, различаемые в статистике. Истинная и ложная корреляция между факторным и результативными признаками. Независимость и коррелированность. Коэффициент линейной корреляции Пирсона и его свойства. Выборочный коэффициент линейной корреляции. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента линейной корреляции.

Парное уравнение регрессии. Линейное уравнение регрессии. Алгоритм поиска коэффициентов линейного уравнения регрессии. Оценка качества парного уравнения регрессии. Средняя квадратическая погрешность парного уравнения регрессии и коэффициент детерминации. Понятие о множественной корреляции и нелинейной

регрессии.

Понятие о качественном признаке. Ранжирование. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена, его свойства и интерпретация. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента ранговой корреляции Спирмена .

**Раздел 8-й. Дифференциальные и разностные уравнения в социально-экономической среде.**

Модель сражения. Модель гонки вооружений. Модель «хищник-жертва». Модель «хищник-жертва» с межвидовой конкуренцией жертв. Модели конкуренции между популяциями.

Рыночное равновесие. Паутинообразная модель с запаздыванием спроса. Паутинообразная модель с запаздыванием предложения. Паутинообразные модели с обучением.

**VIII. Перечень компетенций, формируемые в результате освоения дисциплины «Основы математического моделирования»**

Прослушавший курс «Основы математического моделирования» студент должен обладать следующими компетенциями (целиком или частично):

владением культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения (ОК-1);

знанием основных положений, законов и методов естественных наук и математики; способностью на их основе представить адекватную современному уровню знаний научную картину мира (ОК-15);

готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования (ОК-16);

способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь для их решения соответствующий физико-математический аппарат (ОК-17);

владением навыками участия в исследовательском процессе, представлением о методах современной политической науки и их применении в политологических исследованиях (ПК-2);

владением методиками социологического, политологического и политико-психологического анализа, подготовки справочного материала для аналитических разработок (ПК-14);

**IX. Используемые образовательные, научно-исследовательские и научно-производственные технологии:**

Курс предусматривает проведение лекционных и семинарских занятий, на которых рассматриваются теоретические вопросы и изучается методология и методика математического моделирования социально-экономических процессов. Математические модели изучаются на основе применения в образовательном процессе современной компьютерной техники, программного обеспечения и информационных технологий. Посредством зачётных домашних заданий проверяется усвоение основных приёмов и методов построения базовых математических моделей исследуемых систем. Контрольные работы являются ещё одним промежуточным способом контроля за усвоением материала курса.

**Домашнее задание 1. Балансовое равенство. Балансовое уравнение**

*Балансовое равенство*

1. В печатном издании (книге (не учебнике), журнале или газете) или в интернете отыскивается задача, приводящая к балансовому равенству (непрерывно указываются выходные данные источника - автор, название, место и время издания (текущий год) или адрес сайта).

2. Приводится графическое описание данных.

3. Находится значение неизвестной величины.

4. Записывается ответ.

*Балансовое уравнение*

1. В печатном издании (книге (не учебнике), журнале или газете) или в интернете отыскивается инвестиционная задача, приводящая к балансовому уравнению (непрерывно указываются выходные данные источника - автор, название, место и время издания (текущий год) или адрес сайта).

2. Приводится графическое описание данных.

3. Находится индекс прибыльности (внутренняя норма процента).

4. Записывается ответ.

*Всё задание распечатывается.*

### **Домашнее задание 2. Принятие решений в условиях частичной неопределённости с использованием дерева решений.**

1. Сформулировать задачу, решение которой требуется найти в условиях частичной неопределённости. Например, руководство фирмы рассматривает несколько (не менее четырёх) альтернатив реконструкции одного из своих заводов для производства новой продукции. Спрос на эту продукцию может быть очень низким, низким, средним, высоким. Характер спроса зависит множества случайных факторов, однако из некоторых соображений ЛПП может оценить вероятности того или иного спроса. Кроме того можно оценить размер прибыли фирмы в зависимости от характера спроса на новую продукцию.

2. Построить матрицу доходов (прибыли).

3. Используя дерево решений и правило максимизации средней ожидаемой прибыли обосновать решение, принимаемое без обращения в консалтинговую фирму.

4. Дать анализ ситуации, используя правило одновременного учета среднего ожидаемого дохода и среднего ожидаемого риска, понимаемого как среднее квадратическое отклонение. Определить множество решений, оптимальных по Парето.

5. В зависимости от реальных возможностей фирмы продолжить исследование в одном из возможных направлений:

6. Провести анализ чувствительности решения, принятого в п.4, и скорректировать его в случае необходимости.

*Всё задание распечатывается. Деревья могут быть аккуратно начерчены от руки.*

### **Домашнее задание 3. Построение математической модели явления и ее анализ.**

1. В печатном издании (книге, журнале или газете) или в интернете отыскивается явление, заинтересовавшее исполнителя.

2. Строится математическая модель явления.

3. Строится ее решение.

4. Проводится анализ построенной модели путем сопоставления полученных результатов с возможными путями развития или имеющимися реальными данными.

5. Делаются выводы об адекватности модели исследуемому явлению.

*Всё задание распечатывается.*

### **Контрольная работа 1. ( Темы, выносимые на контроль).**

1. Уравнение с разделяющимися переменными

2. Однородное уравнение

3. Линейное уравнение первого порядка

4. Устойчивость точек покоя автономного уравнения первого порядка

5. Исследование точек покоя линейной системы

6. Исследование устойчивости точек покоя по первому приближению

### **Контрольная работа 2. ( Темы, выносимые на контроль).**

1. Модели управления запасами в случае производственных поставок или поставок со скидками.

2. Оптимальное распределение ресурсов.

3. Вычисление коэффициентов линейной и ранговой корреляции статистических



данных. Построение уравнения регрессии.

4. Сложные проценты. Построение и решение балансового уравнения.

#### **Х. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации.**

4-й семестр: контрольная работа 1 (Уравнения первого порядка, устойчивость), контрольная работа 2 (Управление запасами, распределение ресурсов, балансовое уравнение), домашнее задание 1 (Балансовое уравнение), домашнее задание 2 (Игры с природой), домашнее задание 3 (Построение математической модели явления).

Все домашние задания выполняются строго индивидуально. Преподаватель оставляет за собой право проверить авторство сданного домашнего задания, как в виде личной беседы, так и в виде презентации перед аудиторией. В случае выявления плагиата или списывания уличенные студенты сурово наказываются вплоть до выставления неудовлетворительной оценки за весь курс.

Для получения баллов за верно выполненное домашнее задание необходимо сдать его точно в срок. Не вовремя сданные домашние задания баллов не получают. Домашние задания, получившие недостаточное количество баллов (незачет) должны быть переделаны. Студенты, имеющие задолженности по домашним заданиям вне зависимости от набранных баллов получают неудовлетворительную оценку за экзамен.

Каждое домашнее задание разбивается на задачи. Максимальное количество баллов за такую задачу – 30. Количество таких задач в домашнем задании может варьироваться от 1 до 6.

Предусматривается промежуточные письменные контрольные работы для проверки текущей успеваемости. Во время выполнения письменных контрольных работ нельзя пользоваться никакой литературой и электронными устройствами, за исключением калькуляторов для выполнения необходимых вычислений.

Каждая верно решенная задача в контрольной работе оценивается в 100 баллов.

Зачетная оценка за каждый вид работы составляет 50% от максимального количества баллов.

Экзамен проводится в письменной форме для студентов, имеющих задолженности по неправильно решенным задачам в контрольных работах; а студентам, имеющим задолженности по домашним заданиям дается возможность сдать работы и в устном опросе подтвердить свое авторство при их выполнении.

Полученные студентом баллы за домашние задания и контрольные работы суммируются. Затем вычисляется процент от максимально возможной суммы баллов. Далее выставляется оценка согласно следующей шкале:

Оценка по шкале А-Е	Процент	Числовой эквивалент	Оценка по пятибалльной системе
A+	92-100	4.33	5
A	88-91.5		5
A-	85-87.5		5
B+	82-84.5	3.33	4
B	78-81.5		4
B-	75-77.5		4
C+	72-74.5	2.33	3
C	68-71.5		3
C-	65-67.5		3
D	55-64.5		3
F	0-54.5	0	2

#### **XI. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**«Основы математического моделирования».**

**а) основная литература:**

№ п/п	Автор	Название книги/статьи	Отв. Редактор (для коллективных работ)	Место издания	Издательство	Год издания	Название журнала а.сборника	Том (выпуск журнала а/сборника)	Номер журнала
1	Арнольд В.И.	«Жёсткие» и «мягкие» математические модели.		Москва	МЦНМО	2000			
2	Вентцель Е.С.	Исследование операций: Задачи, принципы, методология.		Москва	Дрофа	2004			
3	Краснов М.Л., Киселёв А.И., Макаренко Г.И. Шикин Е.В., Заляпин В.И.	Вся высшая математика. Т. 3. Теория рядов. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теория устойчивости.		Москва	Эдиториал УРСС	2004			
4	Малыхин В.И.	Финансовая математика.		Москва	ЮНИТИ-ДАНА	1999			
5	Сулицкий В.Н.	Методы статистического анализа в управлении.		Москва	Дело	2002			
6	Тарасевич Ю.Ю.	Математическое и компьютерное моделирование. Вводные курс.		Москва	Едиториал УРСС	2003			
7	Филиппов А.Ф.	Сборник задач по дифференциальным уравнениям		Ижевск	РХД	2005			
8	Чернов В.П., В.Б.Ивановский.	Теория массового обслуживания.		Москва	Инфра-М	2000			
9	Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г.	Математические методы и модели в управлении. учебное пособие.		Москва	Дело	2004			

**б) дополнительная литература:**

№ п/п	Автор	Название книги/статьи	Отв. Редактор (для коллективных работ)	Место издания	Издательство	Год издания	Название журнала а.сборника	Том (выпуск журнала а/сборника)	Номер журнала
1	Амелькин В.В.	Дифференциальные уравнения в приложениях		Москва	Наука	1987			
2	Афанасьев М.Ю., Багриновский К.А., Матюшок В.М.	Прикладные задачи исследования операций.		Москва	ИНФРА-М	2006			
3	Вентцель Е.С.	Исследование операций.		Москва	Советское радио	1972			
4	Королев А.В.	Экономико-математические методы и моделирование. Учебник и практикум		Москва	Юрайт	2017			
5	Лебедев В.В., Лебедев К.В.	Математическое и компьютерное моделирование экономики		Москва	НТВ-Дизайн	2002			
6	Дубина И.М.	Основы математического моделирования социально-экономических процессов. Учебник и практикум.		Москва	Юрайт	2017			
7	Плотинский Ю.М.	Теоретические и эмпирические модели социальных процессов		Москва	Логос	1998			
8	Трояновский В.М.	Математическое моделирование		Москва	РДЛ	2002			

		е менеджменте							
9	Шикин Е.В. Шикина Г.Е.	Исследование операций. Методы поиска оптимальных решений		Москва	ТК Велби, изд-во Проспект	2006			

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы: Microsoft Word, Powerpoint? EXCEL и Интернет-ресурсы (<http://www.mathmodels.net/>).

**ХII. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Основы математического моделирования»**

- Оборудование для компьютерной презентации.
- Компьютер с подключением к сети Интернет.
- Программное обеспечение Word, PowerPoint, Excel, Access.
- Множительная техника (ксерокс) для подготовки раздаточных материалов.
- Компьютерный класс, с предустановленными модулями Microsoft Office: Word, PowerPoint, Excel, Access.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО по направлению и профилю подготовки 41.03.04 "Политология".

Утверждена на заседании кафедры математических методов и информационных технологий в управлении факультета государственного управления МГУ имени М.В. Ломоносова «13 сентября» 2018г., протокол № 1.