

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА  
Факультет государственного управления  
Кафедра Математических методов и информационных технологий в управлении

**Математика**

Направление подготовки 41.03.04 "Политология".

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Авторы программы:

Агаян Г.М., Григорян А.А., Шикина Г.Е.

Заведующий кафедрой Математических методов и информационных технологий в  
управлении

Петрунин Ю.Ю.

Москва, 2018

**I. Название дисциплины:** Математика;

**II. Шифр дисциплины:** Б-МЕН;

**III. Цели и задачи дисциплины:** Целями освоения дисциплины «Математика» являются ознакомление студентов с фундаментальными понятиями математики, которые лежат в основе количественных методов процесса управления; развитие начальных навыков анализа социально-экономических и организационно-управленческих процессов на основе применения математических методов. Основная задача курса состоит в обучении студентов активному и осмысленному привлечению математических подходов к широкому спектру реальных задач, требующих управленческого разрешения. Хотелось бы, чтобы в результате изучения курса студенты смогли осознать, что математический подход к реальной проблеме начинается с попытки более или менее чётко и аккуратно эту проблему сформулировать. Построение и решение сложных моделей реальных управленческих ситуаций под силу лишь профессионалу, однако, формирование столь необходимых составляющих успешной работы менеджера, как навыки адекватной и корректной постановки проблемы, умение работать в тесном контакте со специалистом-математиком, интерпретация полученных результатов, понимание реального смысла ограничений, налагаемых на параметры модели, вполне реализуемо в процессе изучения сравнительно простых математических моделей. В развёртывании возможностей математической составляющей управленческого образования важно постепенно смещать акцент с простого рассмотрения готовых математических моделей на обучение самому процессу моделирования.

**IV. Место дисциплины в структуре ООП:**

**A. Информация об образовательном стандарте и учебном плане:**

- тип образовательного стандарта и вид учебного плана – ФГОС ВПО; ИБ – учебный план бакалавриата;

- направление подготовки – 41.03.04 "Политология";

- наименование учебного плана – ИБ\_ПОЛИТОЛОГИЯ\_(Стратегическое управление экономическими и политическими процессами);

- профиль подготовки – все профили;

**B. Информация о месте дисциплины в образовательном стандарте и учебном плане:** вариативная часть; математический и естественно-научный цикл; обязательный курс; 1 курс, 1,2 семестры.

**B. Перечень дисциплин, которые должны быть освоены для начала освоения данной дисциплины:** Дисциплине необходимо предшествует школьный курс математики.

**Г. Общая трудоемкость (в ак. часах и зачетных единицах):** 216 ак. часов, 6 зачетных единиц.

**Д. Форма промежуточной аттестации:** зачет;

**V. Формы проведения:**

- форма занятий с указанием суммарной трудоемкости по каждой форме: лекции - 68; практические занятия - 68; самостоятельная работа 80;

- формы текущего контроля: лекционные зачетные домашние задания, семинарские зачетные домашние задания, лекционные контрольные работы, семинарские контрольные работы;

**VI. Распределение трудоемкости по разделам и темам, а также формам проведения занятий с указанием форм текущего контроля и промежуточной аттестации:**

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины	Семестр	Трудоёмкость (в ак. часах) по формам занятий				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Об- щая	Аудиторная работа (с разбивкой по формам и видам)		Само стоят ель- ная рабо та	
				Лек ции	Семи нары		
	<b>Раздел 1-й. Случайные события и вероятности</b>	<b>1-й семестр</b>					
1	Классическая вероятность. Основные понятия и формулы.		16	-	12	4	семинарское домашнее задание 1
2	Формула Байеса. Схема испытаний Бернулли.		10	-	6	4	семинарское домашнее задание 2
	<b>Раздел 2-й. Графы и сети</b>						
3	Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья.		10	4	-	6	лекционное домашнее задание 1
4	Сети. Четыре классические сетевые задачи.		14	6	-	8	лекционное домашнее задание 2
	<b>Раздел 3-й. Элементы математического анализа функций одной переменной</b>						
5	Числовые функции. Производная Экстремум. Прикладные задачи на нахождение экстремума.		10	-	6	4	семинарское домашнее задание 3
6	Интеграл и его свойства. Вычисление площадей.		6	-	4	2	
	<b>Раздел 4-й. Элементы аналитической геометрии</b>						

7	Координаты. Простейшие задачи аналитической геометрии. Прямые. Полуплоскости. Выпуклость.		4	4	-	-	
	<b>Раздел 5-й. Элементы линейной алгебры</b>						
8	Системы линейных алгебраических уравнений.		2	2	-	-	
9	Матрицы и их свойства.		6	4	-	2	
10	Координатное пространство. Линейные преобразования.		2	2	-	-	
	<b>Раздел 6-й. Дискретные случайные величины</b>						
11	Понятие случайной величины и её числовые характеристики. Дискретные случайные величины. Биномиальное распределение.		12	-	8	4	семинарское домашнее задание 4
	<b>Раздел 7-й. Задачи линейного программирования</b>						
12	Основная задача линейного программирования.		8	6	-	2	
13	Транспортная задача.		6	4	-	2	
14	Целочисленное программирование.		6	4	-	2	
	<b>Итого за 1-й семестр</b>		<b>112</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	<b>40</b>	<b>зачет</b>
	<b>Раздел 8-й. Непрерывные случайные величины</b>	<b>2-й семе стр</b>					
15	Непрерывные случайные величины, их числовые характеристики. Нормальное		12	-	8	4	семинарское домашнее задание 5

	распределение.						
16	Теорема Муавра-Лапласа.		6	-	4	2	
	<b>Раздел 9-й. Игры</b>						
17	Матричные игры.		12	10	-	2	
18	Биматричные игры.		6	4	-	2	
19	Позиционные игры.		12	4	-	8	лекционное домашнее задание 3
	<b>Раздел 10-й. Иерархии и приоритеты</b>						
20	Шкалирование. Приоритеты. Иерархии.		14	6	-	8	лекционное домашнее задание 4
	<b>Раздел 11-й. Многокритериальные задачи</b>						
21	Множество Парето. Методы решения.		6	4	-	2	
	<b>Раздел 12-й. Математическая статистика</b>						
22	Основные понятия и проблемы.		2	-	2	-	
23	Точечные и интервальные оценки.		10	-	6	4	семинарское домашнее задание 6
24	Корреляция и регрессия. Ранговая корреляция.		6	-	4	2	
25	Проверка статистических гипотез.		12	-	8	4	семинарское домашнее задание 7
	<b>Раздел 13-й. Элементы математического анализа функций многих переменных</b>						
26	Функции двух переменных.		6	4	-	2	
	<b>Итого за 2-й семестр</b>		<b>104</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>40</b>	<b>экзамен</b>
	<b>ВСЕГО</b>		<b>216</b>	<b>68</b>	<b>68</b>	<b>80</b>	

**VII. Содержание дисциплины по разделам и темам – аудиторная и самостоятельная работа:**

В курсе рассматриваются основные понятия, концепции и методы таких

фундаментальных математических теорий, как аналитическая геометрия и линейная алгебра (включая элементы линейного программирования), теория графов и сетей, математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика, теория игр. Основное внимание уделяется прежде всего алгоритмическим аспектам, а именно, методам решения типичных задач, характерных для каждой из указанных теорий. Концептуальное содержание указанных математических теорий рассматривается, в том числе, и как удобный язык, на котором можно с достаточной степенью определенности и точности формулировать, а, следовательно, и решать проблемы, возникающие в организационно-управленческой сфере деятельности.

### *Раздел 1. Случайные события и вероятности.*

Классическая вероятность. Основные понятия и формулы. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания (без повторений). Случайные события. Различные подходы к понятию вероятности (классический, геометрический, статистический, субъективный). Классическая вероятность. Формулы алгебры событий. Совместимые и несовместимые события. Зависимые и независимые события. Вероятность появления случайного события хотя бы один раз. Вероятности сложных событий. Условные вероятности. Примеры вычисления вероятностей. Дерево вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема испытаний Бернулли. Разбор ключевых примеров. Наивероятнейшее число появления одного и того же события при  $n$  испытаниях.

*Семинарское домашнее задание 1 (классическая вероятность: элементы комбинаторики, независимые события, формулы алгебры событий, условные вероятности, дерево вероятностей)*

1. В партии из 10 деталей 8 стандартных. Найти вероятность того, что из 6 взятых наудачу деталей оказалось 4 стандартных.

2. Рабочий обслуживает четыре однотипных станка. Вероятность того, что любой станок в течение часа потребует внимания рабочего, равна 0.6. Предполагая, что неполадки на станке независимы, найти вероятность того, что в течение часа потребуют внимания рабочего: а) все четыре станка; б) ни один станок; в) по крайней мере один станок.

3. Студент знает 20 вопросов из 25. Преподаватель задаёт по порядку три вопроса. Какова вероятность того, что студент знает только второй вопрос из заданных?

*Семинарское домашнее задание 2 (классическая вероятность: формула полной вероятности, формула Байеса, вероятность появления события хотя бы один раз)*

1. Директор компании имеет 2 списка с фамилиями претендентов на работу. В 1-м списке — фамилии 6 женщин и 3 мужчин. Во 2-м списке оказались 4 женщины и 7 мужчин. Фамилия одного из претендентов случайно переносится из 1-го списка во 2-й. Затем фамилия одного из претендентов случайно выбирается из 2-го списка. Если предположить, что эта фамилия принадлежит мужчине, чему равна вероятность того, что из 1-го списка была перенесена фамилия женщины?

2. В городе 6 коммерческих банков. У каждого риск банкротства в течение года составляет 10%. Чему равна вероятность того, что в течение года обанкротятся не больше одного банка?

### *Раздел 2. Графы и сети.*

Графы. Классическая задача о семи кёнигсбергских мостах (первая задача о графах). Воспроизведение рассуждений Эйлера (построение простейшей модели), позволивших ему найти решение этой и значительно более общей задачи. Основные понятия теории графов: вершина, ребро, ориентация ребра, путь, цикл, связность, степень (кратность) и чётность/нечётность вершины. Ориентированные и неориентированные

графы. Примеры графов. Построение графа задачи о семи мостах. Теорема Эйлера. Алгоритм Эйлера. Эйлеровы графы. Пионерская задача Гамильтона о додекаэдре. Гамильтоновы графы. Примеры использования эйлеровых и гамильтоновых графов. Деревья. Связь между числом вершин и рёбер дерева. Сети. Основная терминология: узел, дуга, вес дуги. Ориентированные и неориентированные сети. Способы задания сетей (описательный, графический, табличный). Четыре задачи о сетях, их постановка, алгоритмы решения и практические применения: задача о построении минимального порождающего дерева (минимального остова) для заданной сети, задача об отыскании пропускной способности сети (минимальное разделяющее сечение, максимальный поток и реализующая его загрузка дуг сети), задача об отыскании кратчайшего пути (из заданного узла сети во все другие её узлы), задача о построении критического пути и определении критических работ проекта (вычисление минимального времени для выполнения проекта).

#### Лекционное домашнее задание 1-е графы

##### *А. Эйлеров замкнутый путь (цикл)*

1. Построить конечный связный граф без петель с числом вершин не менее 13, все вершины графа чётные степени не ниже 4.
2. Построить пошагово эйлеров цикл.
3. Записать полученный результат.

##### *Б. Эйлеров путь*

1. Построить конечный связный граф без петель с числом вершин не менее 13, все вершины кроме двух нечётных вершин *A* и *B* чётные степени не ниже 4.
2. Построить пошагово эйлеров путь.
3. Записать полученный результат.

##### *В. Гамильтонов граф*

В заданном гамильтоновом графе (каждая(ый) выбирает свой граф) указать (выделить фломастером) замкнутый гамильтонов путь; графы приведены в виде стилизованных букв кириллицы.

Выполняется на бумаге размером А4.

Срок исполнения – 2 недели с момента помещения на сайт.

#### Лекционное домашнее задание 2-е сети

В печатном издании (книге (не учебнике), атласе, журнале или газете) или в интернете (непрерывно указываются выходные данные источника – автор, название, место и время издания (**текущий год**) или адрес сайта) отыскивается задача, приводящая к:

##### *А. Минимальное порождающее дерево*

1. Сети, число узлов которой не меньше одиннадцати, а каждое ребро сети нагружается натуральным числом.
2. Составляется таблица, описывающая выбранные данные. Пошагово строится минимальное порождающее дерево.
3. В ответе приводятся построенный граф (дерево выделяется фломастером) и указывается сумма длин его рёбер; делаются необходимые выводы.

##### *Б. Максимальный поток*

1. Сети, число узлов которой не меньше одиннадцати, а каждое ребро сети нагружается натуральным числом.
2. Составляется таблица, описывающая выбранные данные, указываются начальный и конечный узлы (источник и сток).
3. Методом разделяющих сечений находится величина максимального потока из начального узла в конечный.
4. Пошагово ищется поток максимальной величины (максимальный поток).
5. В ответе указываются минимальное разделяющее сечение, пропускная способность сети, а также то, каким образом можно пропустить этот максимальный поток через заданную сеть; делаются необходимые выводы.

### *В. Кратчайший маршрут*

1. Сети, число узлов которой не меньше одиннадцати, а каждое ребро сети нагружается натуральным числом.
2. Составляется таблица, описывающая выбранные данные, указывается начальный узел.
3. Пошагово ищутся кратчайшие маршруты из начального узла во все остальные узлы сети.
4. В ответе указываются соответствующие маршруты, их протяжённость, приводится рисунок, на котором эти маршруты выделены (например, фломастером); делаются необходимые выводы.

### *Г. Критический путь*

1. Необходимости проведения комплекса работ за возможно более короткое время с не менее чем одиннадцатью видами работ разной продолжительности.
2. Строится ориентированная сеть.
3. Ищется критический путь.
4. В ответе указываются критические работы, найденный критический путь (выделяется фломастером) и его продолжительность; делаются необходимые выводы.

Всё задание распечатывается.

Каждый из разделов задания будет оцениваться отдельно, при этом содержательной стороне задачи и её сложности будет уделяться особое внимание.

Срок выполнения задания – 2 недели с момента помещения на сайт.

### *Раздел 3-й. Элементы математического анализа*

Числовая функция. Примеры числовых функций и их графики. Функции спроса в зависимости от доходов потребителя (функции Торнквиста). Простейшие свойства числовых функций. Производная. Правила вычисления производных. Локальные экстремумы функции (локальный максимум и локальный минимум). Отыскание минимального и максимального значения функции, заданной на отрезке, при помощи производных. Поиск оптимальных (экстремальных) решений в ряде практически содержательных задач. Интегралы. Операция, обратная операции поиска производной функции. Неопределённый интеграл. Геометрический смысл определённого интеграла и его простейшие свойства. Криволинейная трапеция и её площадь. Формула Ньютона-Лейбница. Алгоритм вычисления интегралов от степенных функций. Функция Лоренца (распределения доходов в обществе). Индекс Дини (показатель неравномерности распределения доходов в обществе). Несобственные интегралы первого рода.

Семинарское домашнее задание 3 (вычисление предельного значения функции, построение графика функции одной переменной)

1. Исследовать функцию:  $y = \frac{-4(x^2 - 9)}{x^2 - 16}$ .
2. Вычислить предельное значение:  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 5x + 6}$ .
3. Вычислить предельное значение:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x - 4}{6x^3 - 3x^2 + 2}$ .
4. Вычислить предельное значение:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{x \operatorname{tg} 2x}$ .

### *Раздел 4-й. Элементы аналитической геометрии*

Координаты. Декартовы координаты на прямой (ориентация, ось, начало отсчёта, эталон длины, координата точки). Прямоугольные декартовы координаты на плоскости (ось абсцисс, ось ординат, начало отсчёта, единый эталон длины, координаты точки). Аналитическое описание простейших множеств на плоскости: прямой (общее уравнение



прямой), окружности (каноническое уравнение окружности), квадратичной функции (параболы), полуплоскости. Пересечения прямых и полуплоскостей. Прямоугольные декартовы координаты в пространстве (ось абсцисс, ось ординат, ось аппликат, начало отсчёта, единый эталон длины, координаты точки). Уравнение плоскости. Геометрический смысл сложения двух чисел. Экстремальное свойство плоских срезков. Координатное пространство и его размерность.

#### *Раздел 5-й. Элементы линейной алгебры*

Системы линейных алгебраических уравнений (линейные системы). Система двух линейных алгебраических уравнений с двумя неизвестными и геометрическое описание множества её решений (рассмотрение всех трёх возможных случаев). Пример задачи, сводящейся к линейной системе. Основные понятия: неизвестные, коэффициенты линейной системы, свободные члены линейной системы, решение линейной системы, матрица линейной системы, столбец неизвестных, столбец свободных членов. Множество решений линейной системы. Описание возможностей. Совместные и несовместные линейные системы. Равносильность линейных систем (совпадение множеств решений при равном числе неизвестных). Основные элементарные преобразования линейных систем (перестановка местами двух уравнений, умножение уравнения на неравное нулю число, сложение двух уравнений) и равносильность. Исследование линейной системы методом исключения неизвестной. Алгоритм Гаусса и его достоинства. Примеры применения алгоритма Гаусса. Экстремальные решения линейных систем.

#### *Раздел 6-й. Дискретные случайные величины*

Понятие и основные характеристики случайных величин. Закон распределения случайной величины. Равномерное распределение. Дискретные случайные величины. Операции над случайной величиной. Основные числовые характеристики случайной величины (математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение) и формулы для их вычисления. Сумма случайных величин. Биномиальное распределение и его числовые характеристики.

Семинарское домашнее задание 4 (случайная величина: дискретная случайная величина, закон распределения случайной величины)

1. В лотерее из 100 билетов разыгрываются два выигрыша на сумму 200 руб. и 5 выигрышей на 60 руб. Стоимость билета 10 руб. Составить закон распределения суммы чистого выигрыша для лица, купившего два билета.

2. Два товароведа проверяют партию изделий. Производительность их труда соотносится как 5:4. Вероятность определения брака первым товароведом составляет 15%, вторым – 10%. Из проверенных изделий отбирают три. Найти: а) математическое ожидание и б) дисперсию числа годных изделий среди отобранных.

#### *Раздел 7-й. Задачи линейного программирования*

Линейное программирование. Задача о столах и стульях (о том, как при заданном количестве пиломатериалов, отпущенном времени, используемой технологии и известных ценах на готовую продукцию, получить наибольший доход) и этапы её решения наглядно-графическим методом: переход от вербального описания к формулам, от формул – к чертежам, от чертежей – к ответу. набросок общей схемы наглядно-геометрического метода и разрешающего алгоритма. Общая задача линейного программирования. Пояснение используемой терминологии (линейность, программирование). Несколько практически содержательных примеров. Постановка основной задачи линейного программирования. Целевая функция. Полная и краткая запись. Размерность задачи линейного программирования (число неизвестных, подлежащих определению). Обсуждение существующих подходов к решению задач линейного программирования

разных размерностей. Описание алгоритма решения задачи линейного программирования с малым числом неизвестных. Пример решения такой задачи (задача о смесях). Транспортная задача. Общая постановка и основные предположения. Поставщики и потребители. Двудольный граф транспортной задачи. Сбалансированная и несбалансированная транспортные задачи. Сбалансированная транспортная задача с двумя поставщиками и двумя потребителями. Алгоритм её наглядно-графического решения. Графический разбор различных возможных ситуаций. Целочисленное программирование. Метод ветвей и границ. Графический анализ.

#### *Раздел 8-й. Непрерывные случайные величины*

Определение непрерывной случайной величины и ее основных характеристик. Нормальное распределение и его числовые характеристики. Стандартная случайная нормальная величина. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Вычисление вероятности заданного отклонения. Правило трёх сигм. Понятие о предельных теоремах теории вероятностей. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа и их применения.

*Семинарское домашнее задание 5 (нормальное распределение: нормальное распределение и его характеристики, вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины)*

1. Вес тропического грейпфрута, выращенного в Краснодарском крае, — нормально распределённая случайная величина с неизвестным математическим ожиданием и дисперсией, равной 0.04. Агрономы знают, что 65% фруктов весят меньше, чем 0.5 кг. Найдите ожидаемый вес случайно выбранного грейпфрута.

2. Вес товаров, помещаемых в контейнер определенного размера, — нормально распределённая случайная величина. Известно, что 65% контейнеров имеют чистый вес больше чем 4.9 т и 25% – имеют вес меньше чем 4.2 т. Найдите ожидаемый средний вес и среднее квадратическое отклонение чистого веса контейнера.

*Семинарское домашнее задание 6 (нормальное распределение: интервальные оценки для математического ожидания нормального распределения и для вероятности события)*

1. Руководство фирмы провело выборочное исследование 900 своих служащих. Средний стаж их работы оказался равен 8.7 года, а среднее квадратическое (стандартное) отклонение 2.7 года. Считая стаж работы служащих фирмы распределённым по нормальному закону, определите с надёжностью 0.95 доверительный интервал, в котором окажется средний стаж работы всех служащих фирмы.

2. Проводится исследование для определения среднего числа автомобилей, оставляемых на ночь на стоянке. Предполагается, что оно подчиняется нормальному закону. Сколько дней необходимо проводить подсчёт числа автомобилей, чтобы с вероятностью 0.95 можно было утверждать, что когда принимается полученное среднее число автомобилей по выборке за истинное, совершается погрешность, не превышающая трёх автомобилей, если среднее квадратическое отклонение равно 10 автомобилям?

#### *Раздел 9-й. Игры*

Математическая формализация конфликтной ситуации (игра). Примеры игр. Антагонистические (матричные) игры. Основные понятия: игрок, правила игры, стратегия игрока, ситуация, выигрыш (проигрыш), матрица игры. Равновесная ситуация, седловая точка, значение игры, оптимальные стратегии игроков. Игры с седловой точкой (седловыми точками). Геометрический смысл седловой (равновесной) точки (наглядное пояснение причины отсутствия точки равновесия в чистых стратегиях у большинства матричных игр). Смешанное расширение матричной игры. Чистые и смешанные стратегии. Теорема фон Неймана о существовании равновесной ситуации в матричной игре. Методы поиска ситуаций равновесия в матричных играх с матрицами размера  $2 \times n$ ,

$m \times 2$  и  $m \times n$ . Доминирование стратегий и уменьшение размеров матрицы игры. Некоторые задачи, сводимые к матричным играм. Позиционные (многошаговые) игры. Примеры позиционных игр. Структура позиционной игры (позиции, альтернативы, природа), дерево игры. Позиционные игры с полной и неполной информацией, информационные множества. Двух- и трёхшаговые антагонистические позиционные игры двух игроков. Нормализация позиционной игры (сведение позиционной игры к матричной игре). Позиционные игры с полной информацией и их основное свойство. Биматричные игры. Матрицы выигрышей. Смешанные стратегии. Равновесная ситуация, оптимальные стратегии игроков. Теорема Нэша о существовании равновесной ситуации.  $2 \times 2$ -биматричные игры. Ситуация равновесия. Алгоритм поиска равновесной ситуации (метод зигзага). Поиск равновесных ситуаций в классических биматричных играх. Антагонизм поведения при отсутствии антагонизма интересов. Устойчивые равновесные ситуации в биматричных играх. Примеры других игр: неантагонистические позиционные игры, игра на единичном квадрате, игры типа дуэли, игры с несколькими игроками.

Лекционное домашнее задание 3-е игры

В печатном издании (книге (не учебнике), журнале или газете) или в интернете отыскивается задача (непреренно указываются выходные данные источника – автор, название, место и время издания (**текущий год**) или адрес сайта), в которой описывается:

*А и Б. Матричная и биматричная игра (составление таблиц)*

1. Конфликтная ситуация с участием двух заинтересованных сторон.
2. Описываются все возможные стратегии каждого из игроков.
3. Составляются одна (если интересы игроков противоположны) или две (если интересы игроков не совпадают) таблицы, в которых (вербально) описываются выигрыши (проигрыши) игроков в каждой из ситуаций.
4. В ответе приводятся одна или две матрицы, в которых выигрыши игроков описываются количественно (и обоснованно).

Примечание: Размеры  $m \times n$ -матриц могут быть произвольными при условии  $m \geq 3$  и  $n \geq 3$ .

*В. Матричная игра с седловой точкой*

1. Построить  $m \times n$ -матрицу с седловой точкой, считая, что  $m \geq 5$  и  $n \geq 7$ .
2. Убедиться в том, что построенная матрица имеет седловую точку, и найти оптимальные стратегии и значение (цену) игры.

*Г. Матричная игра с матрицей размера  $2 \times n$  или  $m \times 2$*

1. Конфликтная ситуация с участием двух заинтересованных сторон), интересы которых противоположны.
2. Описываются все возможные стратегии каждого из игроков ( у одного из них должно быть только две стратегии).
3. Составляется таблица, в которой (вербально) описываются выигрыши (проигрыши) игроков в каждой из ситуаций, и матрица, в которой эти выигрыши описаны количественно (и обоснованно).
4. Методом огибающей ищется оптимальное решение игры в смешанных стратегиях.
5. В ответе указываются смешанные стратегии каждого из игроков и средний выигрыш одного из игроков, даётся интерпретация результатов.

*Д. Биматричная игра*

1. Конфликтная ситуация с участием двух заинтересованных сторон.
2. Описываются все возможные стратегии игроков (у каждого из них должно быть ровно две стратегии).
3. Составляются две таблицы, в которых вербально описываются выигрыши игроков в каждой из ситуаций, и две матрицы, в которых эти выигрыши описаны количественно (и обоснованно).
4. Методом зигзага ищется оптимальное решение игры в смешанных стратегиях.

5. В ответе указываются смешанные стратегии каждого из игроков и их средние выигрыши, даётся интерпретация результатов.

#### *Е. Позиционная игра*

1. Конфликтная ситуация с участием двух заинтересованных сторон, разрешаемая путём последовательного принятия решений в условиях меняющейся во времени и, вообще говоря, неполной информации
2. Описываются шаги и альтернативы сторон.
3. Строится дерево игры.
4. Указываются информационные множества.

Всё задание распечатывается.

Каждый из разделов задания будет оцениваться отдельно, при этом содержательной стороне задачи и её сложности будет уделяться особое внимание.

Срок выполнения задания – 3 недели с момента помещения на сайт.

#### *Раздел 10-й. Иерархии и приоритеты*

Приоритеты. Согласованность суждений. Измерения элементов системы и их согласованность. Идеальный пример и основные вехи его анализа. Парные сравнения. Обратно-симметричные матрицы. Согласованные матрицы. Условия согласованности обратнo-симметричной матрицы. Мера (индекс) согласованности. Методы приближённого вычисления собственных характеристик (максимального собственного значения и нормированного собственного столбца – столбца приоритетов) обратнo-симметричной матрицы и оценка их точности. Шкалы. Выбор шкалы парных сравнений. Шкалирование. Матрица парных сравнений. Структура сложной системы. Иерархии. Уровни иерархии. Основные идеи метода анализа иерархий. Приближённое отыскание столбца приоритетов в конкретной иерархии и степени согласованности выработанных суждений. Возможности самооценки профессионализма эксперта.

#### *Лекционное домашнее задание 4-е иерархии*

1. Рассмотреть сложную многоуровневую систему, выбрав её в печатном издании (книге (не учебнике), журнале или газете) или в окружающем мире (выходные данные источника – автор, название, место и время издания (**текущий год**) указываются непременно).
2. Построить трёх- или четырёхуровневую иерархию.
3. Составить матрицы парных сравнений.
4. Проанализировать построенные матрицы на согласованность (путём приближённого отыскания собственных столбцов, собственных значений и индексов согласованности).
5. Составить столбец приоритетов и сформулировать соответствующие выводы.

Всё задание распечатывается.

Каждый из пяти разделов задания оценивается отдельно.

Срок выполнения задания – 3 недели с момента помещения на сайт.

#### *Раздел 11-й. Многокритериальные задачи*

Можно ли рассматривать задачи, не имеющие решения? Что можно понимать под решением такой задачи? Расширение допустимого множества или компромисс.

Примеры задач (сначала не имевших решения), для разрешения которых пришлось расширить область поиска (история возникновения отрицательных, рациональных и вещественных чисел), и их роль в развитии математики. Постановка задачи со многими критериями (целевыми функциями). Векторные критерии. Качественная и количественная важность критериев. Точка утопии. Множество Парето: определение и способ построения (дискретный и непрерывный варианты). Описание методов решения многокритериальных

задач: метода уступок, метода свёртывания критериев, метода идеальной точки. Наглядно-геометрический способ построения множества Парето для плоской области (метод северо-восточного угла). Решение задачи с двумя критериями методом уступок и роль лица, принимающего решения. Решение задачи методом свёртки критериев и роль лица, принимающего решения. Алгоритм поиска идеальной точки для задачи с двумя линейными критериями. Сравнение результатов. Ситуации, оптимальные по Парето, в биматричных играх. Сравнение равновесия по Нэшу и оптимальности по Парето в дилемме заключённого.

#### *Раздел 12-й. Математическая статистика*

Вводные замечания о математической статистике.

Генеральная и выборочная совокупности. Первичная обработка статистических данных. Статистические оценки параметров распределения.

Точечные оценки. Интервальные оценки. Интервальные оценки для математического ожидания нормального распределения. Интервальные оценки для вероятности события. Элементы теории корреляции и регрессионного анализа. Коэффициент линейной корреляции Пирсона. Построение уравнения и графика линейной регрессии (методом наименьших квадратов). Ранговая корреляция. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена. Статистическая проверка статистических гипотез. Основные понятия. Ошибки первого и второго рода. Процедура проверки статистических гипотез. Проверка биномиальных гипотез. Правосторонний, левосторонний и двусторонний тесты. Критерий согласия  $\chi$ -квадрат.

Семинарское домашнее задание 7 (проверка гипотез: проверка биномиальных гипотез, правосторонний, левосторонний и двухсторонний тесты, критерий согласия  $\chi$ -квадрат)

1. Произведено 100 независимых испытаний. В них некоторое событие А наблюдалось 14 раз. При уровне значимости 0.05 проверить гипотезу о том, что, вероятность события А равна 0.2 при конкурирующей гипотезе, заключающейся в том, что искомая вероятность не равна 0.2.

2. Игральный кубик бросили 200 раз. Число выпадений различных граней представлено в таблице

1	2	3	4	5	6
40	30	44	36	26	24

Можно ли на 5%-м уровне значимости отвергнуть гипотезу о симметричности кубика?

#### *Раздел 13-й. Элементы математического анализа*

Функции двух переменных. Непрерывность функции многих переменных. Частные производные. Определение градиента функции. Необходимое условие экстремума функции многих переменных. Условный экстремум. Множители Лагранжа.

### **VIII. Перечень компетенций, формируемые в результате освоения дисциплины «Математика»**

Прослушавший курс «Математика» студент должен обладать следующими компетенциями (целиком или частично):

владением культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения (ОК-1);

знанием основных положений, законов и методов естественных наук и математики; способностью на их основе представить адекватную современному уровню знаний научную картину мира (ОК-15);

готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и

моделирования (ОК-16);

способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь для их решения соответствующий физико-математический аппарат (ОК-17);

владением навыками участия в исследовательском процессе, представлением о методах современной политической науки и их применении в политологических исследованиях (ПК-2);

владением методиками социологического, политологического и политико-психологического анализа, подготовки справочного материала для аналитических разработок (ПК-14);

#### **IX. Используемые образовательные, научно-исследовательские и научно-производственные технологии:**

*Краткое описание общей схемы, по которой ведётся преподавание курса.*

Каждая тема открывается описанием (доступным каждому из студентов уже при первом прослушивании) небольшого набора задач (нередко одной-двумя). Конечно, рассмотрение подобных толчковых задач на лекциях и на семинарских занятиях, которые тематически почти не дублируют друг друга, проводится по-разному (лекция – это чаще всего монолог, на семинарах же студенты, естественно, более активны).

На лекциях каждая задача предлагается весьма наглядно, в виде вполне содержательного вопроса, ответ на который и нужно найти. Постановка вопроса всегда предшествует поиску ответа на него. Далее следует процесс построения инструментария (разумеется, только в случае, если имеющегося личного опыта студентов ещё недостаточно), разрешающего задачу, что способствует уточнению её постановки, а более чётко обозначенный вопрос задачи служит дополнительной мотивацией совершенствования аппарата для отыскания ответа на него. Сопутствующие разъяснения строятся так, что внимающий им студент воспринимает их без особого труда. Затем описывается класс задач, каждая из которых может быть вполне успешно разрешена построенным методом.

На этом завершается первый этап: студент знакомится (пассивно) с одной-двумя ключевыми задачами и видит, как постепенно выстраивается метод их решения и как именно применение этого метода приводит к результату.

На втором этапе лектор, формулируя некоторый набор общих условий, дающий студенту определённую ориентацию и облегчающий поиск, предоставляет ему возможность и необходимое (разумное) время для самостоятельной постановки конкретной задачи из класса, описанного в конце первого этапа. Источники, из которых студент может черпать нужные сведения, – газеты, журналы (как общего профиля, так и специализированные), книги (не учебники), атласы, сайты в Internet – позволяют ему: 1) найти для себя подходящую (интересную) задачу; 2) убедиться в том, что задачи, разбираемые на лекциях, не надуманы; 3) перевести вербальное описание задачи на язык математических схем и формул и попытаться найти решение, а выстраивая решение задачи, почувствовать возможности построенного аппарата. Очень важно, что при этом более сильный и более заинтересованный студент имеет возможность выбрать для себя задачу потрудней и поинтересней.

Третий этап – выполнение студентом выбранной задачи и проверка преподавателем (постановки задачи, метода решения, (алгоритма), полученного результата и его анализа).

Срок выполнения домашнего задания – две-три недели (в зависимости от количества задач в задании).

Домашние задания, выдаваемые преподавателями на семинарских занятиях носят вполне традиционный характер. Это объясняется тем, что для выработки соответствующих навыков для обращения с задачами теории вероятностей и математической статистики студентам сначала необходимо научиться решать стандартный набор простых задач и упражнений. Каждое домашнее задание имеет более

тридцати вариантов с тем, чтобы у любых двух студентов из группы были задачи с разными данными.

На выполнение каждого семинарского домашнего задания отводится ровно одна неделя.

*Использование конкретных ситуаций для анализа (задания, выдаваемые на лекциях, «навстречу реальным задачам»)*

Основная цель предлагаемой формы домашних заданий – задействовать образное мышление студента и развить навыки аналитической работы, что способствует лучшему запоминанию и усвоению материала.

Описание домашних заданий (определение тематической области, требования к содержанию и оформлению, срок исполнения) выдаются студенту регулярно в ходе читаемого курса (по завершению изучения той или иной темы).

**Х. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации.**

**1-й семестр:** лекционное домашнее задание «Графы», лекционное домашнее задание «Сети», семинарское домашнее задание «Случайные события и вероятности», семинарское домашнее задание «Формула полной вероятности, формула Байеса», семинарское домашнее задание «Исследование функций одной переменной», контрольная работа 1 (Линейные задачи), контрольная работа 2 (Теория вероятностей), контрольная работа 3 (Математический анализ).

**2-й семестр:** лекционное домашнее задание «Игры», лекционное домашнее задание «Иерархии», семинарское домашнее задание «Дискретные случайные величины», семинарское домашнее задание «Нормальное распределение», семинарское домашнее задание «Интервальные оценки», семинарское домашнее задание «Проверка статистических гипотез», контрольная работа 4 (Игры), контрольная работа 5 (Математическая статистика).

*Контрольные работы (приводятся темы контрольных работ)*

*Контрольная работа 1 Линейные задачи*

1. Задача линейного программирования с двумя неизвестными (должна быть решена наглядно-геометрическим методом).
2. Система четырёх линейных алгебраических уравнений с четырьмя неизвестными (должна быть решена методом исключения неизвестной).
3. Сбалансированная транспортная задача с двумя производителями и двумя потребителями (должна быть решена наглядно-геометрическим методом).
4. Отыскание минимального по длине решения неопределённой системы трёх линейных алгебраических уравнений с тремя неизвестными (должна быть решена путём сведения к поиску экстремальной точки квадратичной функции).

*Контрольная работа 2 Вычисление классической вероятности*

1. Дерево вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного события. Формулы алгебры событий.
2. Формулы алгебры событий. Наивероятнейшее число появления одного и того же события при  $n$  испытаниях.
3. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4. Формулы алгебры событий.

*Контрольная работа 3 Элементы математического анализа*

1. Вычисление предельного значения функции.

2. Поиск максимального и минимального значения непрерывной функции одной переменной на отрезке.
3. Вычисление неопределенного интеграла.
4. Вычисление площади фигуры, ограниченной кривыми.

#### *Контрольная работа 4 Игры*

1. Матричная игра с седловой точкой (у  $5 \times 7$ -матрицы должны быть найдены оптимальные стратегии игроков и значение игры).
2. Матричная игра с  $2 \times 4$ -матрицей (методом нижней огибающей должны быть найдены оптимальные смешанные стратегии игроков и значение игры).
3. Биматричная игра с  $2 \times 2$ -матрицами (методом зигзага должны быть найдены оптимальные смешанные стратегии игроков и значение игры для каждого игрока).
4. Трёхшаговая позиционная игра (должно быть нарисовано дерево игры и указаны информационные множества игроков).

#### *Контрольная работа 5 Математическая статистика.*

1. Нормальное распределение.
2. Интервальные оценки для математического ожидания нормального распределения.
3. Проверка биномиальных гипотез.
4. Критерий согласия  $\chi$ -квадрат.

*Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации и выставление оценки по итогам освоения дисциплины «Математика».*

Все домашние задания выполняются строго индивидуально. Преподаватель оставляет за собой право проверить авторство сданного домашнего задания, как в виде личной беседы, так и в виде презентации перед аудиторией. В случае выявления плагиата или списывания уличенные студенты сурово наказываются вплоть до выставления неудовлетворительной оценки за весь курс.

Для получения баллов за верно выполненное домашнее задание необходимо сдать его точно в срок. Не вовремя сданные домашние задания баллов не получают. Домашние задания, получившие недостаточное количество баллов (незачет) должны быть переделаны. Студенты, имеющие задолженности по домашним заданиям вне зависимости от набранных баллов получают неудовлетворительную оценку за экзамен.

Каждое домашнее задание разбивается на задачи. Максимальное количество баллов за такую задачу – 30. Количество таких задач в домашнем задании может варьироваться от 1 до 6.

Предусматриваются промежуточные письменные контрольные работы для проверки текущей успеваемости. Во время выполнения письменных контрольных работ нельзя пользоваться никакой литературой и электронными устройствами, за исключением калькуляторов для выполнения необходимых вычислений.

Каждая верно решенная задача в контрольной работе оценивается в 100 баллов.

Зачетная оценка за каждый вид работы составляет 50% от максимального количества баллов.

Зачет по итогам первого семестра выставляется студентам, не имеющим задолженностей по домашним заданиям и контрольным работам. В день проведения зачета студенты, имеющие те или иные задолженности и меют возможность их ликвидировать.

Экзамен проводится в письменной форме для студентов, имеющих задолженности по неправильно решенным задачам в контрольных работах; а студентам, имеющим задолженности по домашним заданиям дается возможность сдать работы и в устном



опросе подтвердить свое авторство при их выполнении.

Полученные студентом баллы за домашние задания и контрольные работы суммируются. Затем вычисляется процент от максимально возможной суммы баллов. Далее выставляется оценка согласно следующей шкале:

Оценка по шкале А-Е	Процент	Числовой эквивалент	Оценка по пятибалльной системе
A+	92-100	4.33	5
A	88-91.5		5
A-	85-87.5		5
B+	82-84.5	3.33	4
B	78-81.5		4
B-	75-77.5		4
C+	72-74.5	2.33	3
C	68-71.5		3
C-	65-67.5		3
D	55-64.5		3
F	0-54.5	0	2

## XI. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Математика».

### а) основная литература:

№ п/п	Автор	Название книги/статьи	Отв. Редактор (для коллективных работ)	Место издания	Издательство	Год издания	Название журналов а.сборника	Том (выпуск журналов а/сборника)	Номер журнала
1	Вентцель Е.С.	Исследование операций: Задачи, принципы, методология.		Москва	Дрофа	2004			
2	Бугров Я.С. Никольский С.М.	Высшая математика. Задачник.		Москва	Юрайт	2017			
3	Гмурман В.Е.	Теория вероятностей и математическая статистика.		Москва	Высшая школа	2005			
4	Гмурман В.Е.	Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.		Москва	Высшая школа	2005			
5	Краснов М.Л., Киселёв	Вся высшая математика. Т.1. Аналитическая		Москва	УРСС	2003			

	А.И., Макаренко Г.И., Шикин Е.К., Заляпин В.И.	геометрия. Векторная алгебра. Линейная алгебра. Дифференциаль ное исчисление.							
6	Краснов М.Л., Киселёв А.И., Макаренко Г.И., Шикин Е.К., Заляпин В.И.	Вся высшая математика. Т.2. Интегральное исчисление. Дифференциаль ное исчисление функций нескольких переменных. Дифференциаль ная геометрия.		Москва	УРСС	2004			
7		Сборник задач по высшей математике для экономистов	Ермаков В.И.	Москва	ИНФРА-М	2001			
8	Седых И.Ю., Гребенщик ов Ю.Б., Шевелев А.Ю	Высшая математика для гуманитарных направлений. Учебник и практикум		Москва	Юрайт	2017			
9	Шикин Е.В., Чхартишви ли А.Г.	Математические методы и модели в управлении.- учебное пособие.		Москва	Дело	2004			
10	Шикин Е.В. Шикина Г.Е.	Исследование операций. Методы поиска оптимальных решений.		Москва	ТК Велби, изд-во Проспект	2006			
11	Щипачев В.С.	Высшая математика. Учебник		Москва	ИНФРА-М	2017			

**б) дополнительная литература:**

№ п/п	Автор	Название книги/статьи	Отв. Редактор (для коллектив ных работ	Место издания	Издательство	Год издани я	Наз ван ие жур нал а.сб орн ика	Том (вы пус к жур нал а/сб орн	Но мер жу рна ла
----------	-------	--------------------------	--	------------------	--------------	--------------------	--	---	------------------------------

								ика	
1		Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов	Демидов ич Б.П.	Москва	ООО «Издательство Астрель», ООО «Издательство АСТ»	2001			
2	Зуховицкий С.И., Радчик И.А.	Математические методы сетевого планирования		Москва	Наука	1965			
3	Морозов В.В.	Основы теории игр		Москва	Издательский отдел факультета ВМиК МГУ	2002			
4	Проскуряков И.В.	Сборник задач по линейной алгебре		Москва	Наука	1984			
5	Тутубалин В.Н.	Теория вероятностей. Краткий курс и научно-методические указания.		Москва	Изд-во Московского университета	1972			

**в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**  
Microsoft WORD, EXCEL, POWERPOINT.

## **XII. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Математика»**

- Оборудование для компьютерной презентации.
- Компьютер с подключением к сети Интернет.
- Программное обеспечение Word, PowerPoint, Excel, Access.
- Множительная техника (ксерокс) для подготовки раздаточных материалов.
- Компьютерный класс, с предустановленными модулями Microsoft Office: Word, PowerPoint, Excel, Access.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО по направлению и профилю подготовки 41.03.04 "Политология".

Утверждена на заседании кафедры математических методов и информационных технологий в управлении факультета государственного управления МГУ имени М.В. Ломоносова «13 сентября» 2018г., протокол № 1.